

2026年京都大学文系問題 5

$n$  は 3 以上の整数です。

1 から  $n$  までの数字が書かれた  $n$  枚の札が入った袋から  
3 枚の札を取り出して一番大きな数字を  $x$  とします。

$x$  の期待値を求めてください。

## 解説・解答

$x$  は 3 以上  $n$  以下です。

$x = k$  のとき、 $k - 1$  以下の札 2 枚と  $k$  の札の 3 枚が取り出されるので

その確率は  $\frac{{}^{k-1}C_2}{{}^nC_3} = \frac{3(k-1)(k-2)}{n(n-1)(n-2)}$  です。

$$\begin{aligned} & \sum_{k=3}^n k \cdot \frac{3(k-1)(k-2)}{n(n-1)(n-2)} \\ &= \frac{3}{n(n-1)(n-2)} \sum_{k=3}^n k(k-1)(k-2) \\ &= \frac{3}{n(n-1)(n-2)} \sum_{k=3}^n \frac{(k+1)k(k-1)(k-2) - k(k-1)(k-2)(k-3)}{4} \\ &= \frac{3}{n(n-1)(n-2)} \cdot \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{4} \\ &= \frac{3(n+1)}{4} \end{aligned}$$

以上より、 $x$  の期待値は  $\frac{3(n+1)}{4}$  です。