

2026 年京都大学文系問題 3

p を 3 より大きな素数とします。

0 以上の整数 m, n を用いて $3m + pn$ と表せない 0 以上の整数の個数を求めてください。

解説・解答

$3m$ で 3 の倍数を全て表せます。

$p = 3k + 1$ (k は整数) のとき

$3m + p = 3(m + k) + 1$ で p 以上で 3 の倍数足す 1 の数を全て表せます。

$3m + 2p = 3(m + 2k) + 2$ で $2p$ 以上で 3 の倍数足す 2 の数を全て表せます。

p 未満で 3 の倍数でない数の $(p - 1) - k$ 個は表せません。

p 以上 $2p$ 未満の 3 の倍数足す 2 の数の k 個は表せません。

よって、表せないのは $\{(p - 1) - k\} + k = p - 1$ 個です。

$p = 3k + 2$ (k は整数) のとき

$3m + p = 3(m + k) + 2$ で p 以上で 3 の倍数足す 2 の数を全て表せます。

$3m + 2p = 3(m + 2k + 1) + 1$ で $2p$ 以上で 3 の倍数足す 1 の数を全て表せます。

p 未満で 3 の倍数でない数の $(p - 1) - k$ 個は表せません。

p 以上 $2p$ 未満の 3 の倍数足す 1 の数の k 個は表せません。

よって、表せないのは $\{(p - 1) - k\} + k = p - 1$ 個です。

以上より、表せないのは $p - 1$ 個です。