

2026 年神戸大学理系問題 3

m は 4 で割った余りが 3 である整数、 z は実部も虚部も整数である複素数です。
 $m = |z|^2$ を満たす z が存在しないことを示してください。

解説・解答

$z = a + bi$ (a, b は整数) と置きます。

$m = |z^2| = |z|^2 = a^2 + b^2$ です。

偶数 $2n$ (n は整数) の平方は $(2n)^2 = 4n^2$ です。

奇数 $2n - 1$ (n は整数) の平方は $(2n - 1)^2 = 4n^2 - 4n + 1 = 4(n^2 - n) + 1$ です。

よって、整数の平方を 4 で割った余りは 0, 1 です。

$a^2 + b^2$ を 4 で割った余りは 0, 1, 2 で 3 になることはありません。

以上より $m = |z^2|$ を満たす z は存在しません。