

2026年上智大学理工学部 T問題 1

$f(x)$ は $f(0) > 0$, 任意の実数 x に対して $f(2x) = 2f(x)^2 - 1$ です。
 $f(x)$ が最大値 M を持つとき M の値を求めてください。

解説・解答

$x = a$ で最大値 $f(a) = M$ とします。

M は最大値なので $M \geq f(2a) = 2f(a)^2 - 1 = 2M^2 - 1$ です。

$(2M^2 - 1) - M = (2M + 1)(M - 1) \leq 0$ より $-\frac{1}{2} \leq M \leq 1$ です。

$f(0) = f(2 \times 0) = 2f(0)^2 - 1$ より

$(2f(0)^2 - 1) - f(0) = (2f(0) + 1)(f(0) - 1) = 0$ です。

$f(0) > 0$ なので $f(0) = 1$ です。

最大値 M が 1 以下であり $f(0) = 1$ なので $M = 1$ です。