

2025 年早稲田大学人間科学部問題 2

$a, b, c$  は  $a < b < c$  を満たす実数の定数です。

$f(x) = |x - a| + |x - b| + |x - c|$  とします。

$f(x)$  の最小値が 20 で  $f(c) = 28$ ,  $f(10) = 31$  を満たすとき  $a$  の値を求めてください。

## 解説・解答

$$x \leq a \text{ のとき } f(x) = -(x-a) - (x-b) - (x-c) = -3x + a + b + c$$

$$a \leq x \leq b \text{ のとき } f(x) = (x-a) - (x-b) - (x-c) = -x - a + b + c$$

$$b \leq x \leq c \text{ のとき } f(x) = (x-a) + (x-b) - (x-c) = x - a - b + c$$

$$c \leq x \text{ のとき } f(x) = (x-a) + (x-b) + (x-c) = 3x - a - b - c$$

$f(x)$  は  $x \leq b$  で減少、 $b \leq x$  で増加なので最小値は  $f(b)$  です。

$f(x)$  の最小値が 20 で  $f(c) = 28$ ,  $f(10) = 31$  なので

$$f(b) = |b-a| + |b-b| - |b-c| = c - a = 20 \text{ より } c = a + 20 \text{ です。}$$

$$f(c) = |c-a| + |c-b| + |c-c| = 2c - a - b = 28 \text{ より } b = 2c - a - 28 = a + 12 \text{ です。}$$

$$f(10) = |10-a| + |10-b| - |10-c| = |a-10| + |a+2| + |a+10| = 31$$

$$a \leq -10 \text{ のとき } f(10) = -3a - 2 = 31 \text{ より } a = -11 \text{ です。}$$

$$-10 \leq a \leq -2 \text{ のとき } f(10) = -a + 18 \leq 28 \text{ なので不適です。}$$

$$-2 \leq a \leq 10 \text{ のとき } f(10) = a + 22 = 31 \text{ より } a = 9 \text{ です。}$$

$$10 \leq a \text{ のとき } f(10) = 3a + 2 = 31 \text{ より } a = \frac{29}{3} < 10 \text{ なので不適です。}$$

以上より  $a = -11, 9$  です。