

2025 年京都大学文系問題 1

実数 x, y, z が $2025^x = 3^y = 5^z$ を満たすとき
 $2xy - yz + 4zx = 0$ であることを示してください。

解説・解答

素因数分解して $2025 = 3^4 \cdot 5^2$ です。

$(3^4 \cdot 5^2)^x = 3^y = 5^z$ を底 3 の対数にすると $x(4 + 2\log_3 5) = y = z\log_3 5$ です。

$$\begin{aligned} 2xy - yz + 4zx &= 4zx + 2xy - yz \\ &= 4zx + 2x(z\log_3 5) - yz \\ &= \{x(4 + 2\log_3 5)\}z - yz \\ &= yz - yz \\ &= 0 \end{aligned}$$