

## 2025年慶應義塾大学看護医療学部問題 2

$a_n = 3^n - 2n - 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) が 4 の倍数であることを示してださい。

## 解説・解答

$a_1 = 3 - 2 - 1 = 0$  は 4 の倍数です。

自然数  $k$  で  $a_k$  が 4 の倍数であるとします。

$a_k = 3^k - 2k - 1 = 4m$  ( $m$  は整数) と置きます。

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= 3^{k+1} - 2(k+1) - 1 \\ &= 3 \cdot 3^k - 2k - 3 \\ &= 3(3^k - 2k - 1) + 4k \\ &= 3 \cdot 4m + 4k \\ &= 4(3m + k) \end{aligned}$$

よって  $a_{k+1}$  も 4 の倍数です。

数学的帰納法により、すべての自然数  $n$  で  $a_n$  は 4 の倍数です。