

2025 年慶應義塾大学総合政策学部問題 1

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とします。

$S_n = 2n - 3a_n - 4$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立っています。

一般項 a_n を求めてください。

解説・解答

$a_1 = S_1 = 2 \cdot 1 - 3a_1 - 4$ より $a_1 = -\frac{1}{2}$ です。

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= S_{n+1} - S_n \\ &= \{2(n+1) - 3a_{n+1} - 4\} - (2n - 3a_n - 4) \\ &= -3a_{n+1} + 3a_n + 2 \end{aligned}$$

$a_{n+1} - 2 = \frac{3}{4}(a_n - 2)$ に式変形できるので $a_n - 2 = (a_1 - 2)\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$ です。

$$a_n = 2 + \left(-\frac{1}{2} - 2\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} = 2 - \frac{5}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \text{ です。}$$