

2025 年慶應義塾大学医学部問題 1

次の条件を満たす整数の組  $(a, b, c, d)$  を求めてください。

$$ad + bc = 18, \quad \frac{a\sqrt{2} + b}{c\sqrt{2} + d} = 2\sqrt{2}, \quad a \geq 0, \quad b \geq 0$$

## 解説・解答

$\frac{a\sqrt{2}+b}{c\sqrt{2}+d} = 2\sqrt{2}$  の分母を払い整理して  $(a-2d)\sqrt{2} = b-4c$  とします。

右辺  $b-4c$  は整数なので左辺  $(a-2d)\sqrt{2}$  も整数、よって  $a-2d=0$  です。

$a=2d$ ,  $b=4c$ ,  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$  なので  $c \geq 0$ ,  $d \geq 0$  です。

$18 = ad + bc = 2d^2 + 4c^2 \geq 4c^2$  より  $c = 0, 1, 2$  です。

$a = 2d \geq 0$ ,  $b = 4c \geq 0$ ,  $d^2 = 9 - 2c^2$

$c = 0$  のとき  $b = 0$ ,  $d^2 = 9$  より  $d = 3$ ,  $a = 6$  です。

$c = 1$  のとき  $b = 4$ ,  $d^2 = 7$  より、条件を満たす整数  $d$  はありません。

$c = 2$  のとき  $b = 8$ ,  $d^2 = 1$  より  $d = 1$ ,  $a = 2$  です。

以上より  $(a, b, c, d) = (2, 8, 2, 1), (6, 0, 0, 3)$  です。