

2025年慶應義塾大学医学部問題 1

次の条件を満たす整数の組 (a, b, c, d) を求めてください。

$$ad + bc = 18, \quad \frac{a\sqrt{2} + b}{c\sqrt{2} + d} = 2\sqrt{2}, \quad a \geq 0, \quad b \geq 0$$

解説・解答

$\frac{a\sqrt{2} + b}{c\sqrt{2} + d} = 2\sqrt{2}$ の分母を払い整理して $(a - 2d)\sqrt{2} = b - 4c$ とします。

右辺 $b - 4c$ は整数なので左辺 $(a - 2d)\sqrt{2}$ も整数、よって $a - 2d = 0$ です。

$a = 2d, b = 4c, a \geq 0, b \geq 0$ なので $c \geq 0, d \geq 0$ です。

$18 = ad + bc = 2d^2 + 4c^2 \leq 4c^2$ より $c = 0, 1, 2$ です。

$a = 2d \geq 0, b = 4c \geq 0, d^2 = 9 - 2c^2$

$c = 0$ のとき $b = 0, d^2 = 9$ より $d = 3, a = 6$ です。

$c = 1$ のとき $b = 4, d^2 = 7$ より、条件を満たす整数 d はありません。

$c = 2$ のとき $b = 8, d^2 = 1$ より $d = 1, a = 2$ です。

以上より $(a, b, c, d) = (2, 8, 2, 1), (6, 0, 0, 3)$ です。