

2024年千葉大学問題1

二等辺三角形の3辺の長さが $\log_{10}(5x)$, $\log_{10}(x + 10)$, $\log_{10} 3$ であるとき
 x の値を求めてください。

解説・解答

真数条件 (a, b は実数で $a \neq 1, a > 0, \log_a b$ のとき $b > 0$ である) を使います。

$\log_{10}(5x), \log_{10}(x + 10)$ より $5x > 0, x + 10 > 0$ なので $x > 0$ です。

$3 < x + 10$ なので $\log_{10} 3 < \log_{10}(x + 10)$ です。

三角不等式 (三角形の 1 辺の長さは他の 2 辺の長さの和より小さい) を使います。

$\log_{10}(5x) < \log_{10}(x + 10) + \log_{10} 3$ より $5x < 3(x + 10)$ なので $x < 15$ です。

$\log_{10}(x + 10) < \log_{10} 3 + \log_{10}(5x)$ より $x + 10 < 15x$ なので $\frac{5}{7} < x$ です。

よって $\frac{5}{7} < x < 15$ です。

二等辺三角形なので 2 辺の長さが等しいです。

$\log_{10}(5x) = \log_{10}(x + 10)$ のとき $5x = x + 10$ より $x = \frac{5}{2}$ です。

$\log_{10}(5x) = \log_{10} 3$ のとき $5x = 3$ より $x = \frac{3}{5} < \frac{5}{7}$ なので条件を満たしません。

以上より $x = \frac{5}{2}$ です。