

2024 年札幌医科大学問題 1

4, 6, 10 のいずれかで割り切れる 1000 以下の自然数の個数を求めてください。

解説・解答

A, B, C はそれぞれ 4, 6, 10 で割り切れる 1000 以下の自然数の集合とします。

集合 X の要素の個数を $n(X)$ と表します。

$$n(A) = \left\lceil \frac{1000}{4} \right\rceil = 250, \quad n(B) = \left\lceil \frac{1000}{6} \right\rceil = 166, \quad n(C) = \left\lceil \frac{1000}{10} \right\rceil = 100$$

4 と 6 の最小公倍数は 12 なので $n(A \cap B) = \left\lceil \frac{1000}{12} \right\rceil = 83$ です。

6 と 10 の最小公倍数は 30 なので $n(B \cap C) = \left\lceil \frac{1000}{30} \right\rceil = 33$ です。

10 と 4 の最小公倍数は 20 なので $n(C \cap A) = \left\lceil \frac{1000}{20} \right\rceil = 50$ です。

4 と 6 と 10 の最小公倍数は 60 なので $n(A \cap B \cap C) = \left\lceil \frac{1000}{60} \right\rceil = 16$ です。

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 250 + 166 + 100 - 83 - 33 - 50 + 16 \\ &= 366 \end{aligned}$$

以上より、4, 6, 10 のいずれかで割り切れる 1000 以下の自然数は 366 個です。