

2024 年札幌医科大学問題 1

4, 6, 10 のいずれかで割り切れる 1000 以下の自然数の個数を求めてください。

## 解説・解答

$A, B, C$  はそれぞれ 4, 6, 10 で割り切れる 1000 以下の自然数の集合とします。

集合  $X$  の要素の個数を  $n(X)$  と表します。

$$n(A) = \left\lfloor \frac{1000}{4} \right\rfloor = 250, \quad n(B) = \left\lfloor \frac{1000}{6} \right\rfloor = 166, \quad n(C) = \left\lfloor \frac{1000}{10} \right\rfloor = 100$$

4 と 6 の最小公倍数は 12 なので  $n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{1000}{12} \right\rfloor = 83$  です。

6 と 10 の最小公倍数は 30 なので  $n(B \cap C) = \left\lfloor \frac{1000}{30} \right\rfloor = 33$  です。

10 と 4 の最小公倍数は 20 なので  $n(C \cap A) = \left\lfloor \frac{1000}{20} \right\rfloor = 50$  です。

4 と 6 と 10 の最小公倍数は 60 なので  $n(A \cap B \cap C) = \left\lfloor \frac{1000}{60} \right\rfloor = 16$  です。

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 250 + 166 + 100 - 83 - 33 - 50 + 16 \\ &= 366 \end{aligned}$$

以上より、4, 6, 10 のいずれかで割り切れる 1000 以下の自然数は 366 個です。