

2024 年京都大学文系問題 4

八進法, 九進法, 十進法で表したとき  
桁数が全て同じとなる最大の自然数を求めてください。

## 解説・解答

自然数  $x$  が  $N$  進法で  $k$  桁となるとき  $N^{k-1} \leq x < N^k$  です。

$8 < 9 < 10$  なので (八進法での桁数)  $\geq$  (九進法での桁数)  $\geq$  (十進法での桁数) です。

$8 = 2^3$ ,  $2^{10} = 1024$  より  $8^{10} = 2^{30} = 1024^3 = 1.024^3 \cdot 10^9$  ( $1 < 1.024^3 < 2$ ) です。

よって  $8^{10}$  は八進法 11 桁で十進法 10 桁です。

$8^9 < 8^{10} - 1 < 8^{10}$  なので  $8^{10} - 1$  は八進法 10 桁です。

$10^9 < 1024^3 - 1 < 10^{10}$  なので  $8^{10} - 1$  は十進法 10 桁です。

以上より、条件を満たす最大の自然数は  $8^{10} - 1 = 1073741823$  です。