

2024 年京都大学文系問題 4

八進法, 九進法, 十進法で表したとき
桁数が全て同じとなる最大の自然数を求めてください。

解説・解答

自然数 x が N 進法で k 桁となるとき $N^{k-1} \leq x < N^k$ です。

$8 < 9 < 10$ なので (八進法での桁数) \geq (九進法での桁数) \geq (十進法での桁数) です。

$8 = 2^3$, $2^{10} = 1024$ より $8^{10} = 2^{30} = 1024^3 = 1.024^3 \cdot 10^9$ ($1 < 1.024^3 < 2$) です。

よって 8^{10} は八進法 11 桁で十進法 10 桁です。

$8^9 < 8^{10} - 1 < 8^{10}$ なので $8^{10} - 1$ は八進法 10 桁です。

$10^9 < 1024^3 - 1 < 10^{10}$ なので $8^{10} - 1$ は十進法 10 桁です。

以上より、条件を満たす最大の自然数は $8^{10} - 1 = 1073741823$ です。