

2024 年九州大学文系問題 3

$a! + b! = 2 \cdot c!$ を満たす自然数の組 (a, b, c) を求めてください。

解説・解答

$a = b$ のとき

$2c! = a! + b! = 2a!$ なので $c = a$ です。

$a < b$ のとき $2a! < a! + b! < 2b!$ より $a < c < b$ なので $b \geq a + 2$ です。

$a! + b! = 2c!$ の両辺を $a!$ で割り $1 + (a + 1)(a + 2) \cdots b = 2(a + 1)(a + 2) \cdots c$ です。

連続した自然数の積なので $(a + 1)(a + 2) \cdots b$ は偶数、よって左辺は奇数です。

右辺は偶数なので条件を満たす c はありません。

$a > b$ のときも同様に条件を満たす c はありません。

以上より、 k を任意の自然数として $(a, b, c) = (k, k, k)$ です。