

2024年九州大学文系問題 3

$a! + b! = 2 \cdot c!$  を満たす自然数の組  $(a, b, c)$  を求めてください。

## 解説・解答

$a = b$  のとき

$2c! = a! + b! = 2a!$  なので  $c = a$  です。

$a < b$  のとき  $2a! < a! + b! < 2b!$  より  $a < c < b$  なので  $b \geq a + 2$  です。

$a! + b! = 2c!$  の両辺を  $a!$  で割り  $1 + (a+1)(a+2)\cdots b = 2(a+1)(a+2)\cdots c$  です。

連続した自然数の積なので  $(a+1)(a+2)\cdots b$  は偶数、よって左辺は奇数です。

右辺は偶数なので条件を満たす  $c$  はありません。

$a > b$  のときも同様に条件を満たす  $c$  はありません。

以上より、 $k$  を任意の自然数として  $(a, b, c) = (k, k, k)$  です。