

**2024 年関西大学理系問題 4**

$n$  は 6 以上の自然数です。

$\log_6 7 \cdot \log_7 8 \cdot \log_8 9 \cdot \dots \cdot \log_n(n+1)$  が自然数であるとき、  
 $n$  を 4 で割った余りを求めてください。

## 解説・解答

$m$  を自然数として  $m = \log_6 7 \cdot \log_7 8 \cdot \log_8 9 \cdots \log_n(n+1)$  と置きます。  
 $n$  は 6 以上の自然数より  $m \geq \log_6 7 > 1$  なので、 $m$  は 2 以上の自然数です。

対数の底の変換公式  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$  を使って底を 6 に揃えます。

$$\begin{aligned} m &= \log_6 7 \cdot \log_7 8 \cdot \log_8 9 \cdots \log_n(n+1) \\ &= \log_6 7 \cdot \frac{\log_6 8}{\log_6 7} \cdot \frac{\log_6 9}{\log_6 8} \cdots \frac{\log_6(n+1)}{\log_6 n} \\ &= \log_6(n+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= \log_6(n+1) \text{ より } 6^m = n+1 \text{ なので} \\ n &= 6^m - 1 = 4 \cdot 9 \cdot 6^{m-2} - 1 = 4(9 \cdot 6^{m-2} - 1) + 3 \text{ です。} \end{aligned}$$

以上より、 $n$  を 4 で割った余りは 3 です。