

2024 年関西大学理系問題 4

方程式  $x^2 + x - 6 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = 0$  の解の内で最小なものを求めてください。

## 解説・解答

$$\begin{aligned} & x^2 + x - 6 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} \\ &= \left( x^2 - 4 + \frac{4}{x^2} \right) + \left( x - \frac{2}{x} \right) - 2 \\ &= \left( x - \frac{2}{x} \right)^2 + \left( x - \frac{2}{x} \right) - 2 \\ &= \left\{ \left( x - \frac{2}{x} \right) + 2 \right\} \left\{ \left( x - \frac{2}{x} \right) - 1 \right\} \\ &= \frac{x^2 + 2x - 2}{x} \cdot \frac{x^2 - x - 2}{x} \\ &= \frac{(x^2 + 2x - 2)(x + 1)(x - 2)}{x^2} = 0 \end{aligned}$$

よって  $x^2 + 2x - 2 = 0$ ,  $x + 1 = 0$ ,  $x - 2 = 0$  なので  $x = -1 \pm \sqrt{3}$ ,  $-1$ ,  $2$  です。

以上より、最小な解は  $x = -1 - \sqrt{3}$  です。