

2024 年慶應義塾大学薬学部問題 1

数列 $\{a_n\}$ は初項 25, 公差が 0 でない等差数列です。
この数列の初項から第 n 項までの和を S_n とします。
 a_8, a_9, a_{10} を a_9, a_{10}, a_8 の順に並べると等比数列になります。
 $S_n < 0$ を満たす最小の自然数 n を求めてください。

解説・解答

初項 25 なので公差を d として $a_n = 25 + (n - 1)d$ と表せます。

a_9, a_{10}, a_8 が等比数列なので $(a_{10})^2 = a_8 a_9$ です。

$$(a_{10})^2 - a_8 a_9 = (25 + 9d)^2 - (25 + 7d)(25 + 8d) = 25d(d + 3) = 0$$

$d \neq 0$ ので $d = -3$ です。よって $a_n = 28 - 3n$ です。

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{(53 - 3n)n}{2} < 0 \text{ より } n > \frac{53}{3} = 17 + \frac{2}{3} \text{ です。}$$

以上より、条件を満たす最小の自然数 n は 18 です。