

2024 年慶應義塾大学看護医療学部問題 3

次の数列の初項から第 200 項までの和 S_{200} を求めてください。

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{0}{2}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{0}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{0}{4}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{0}{5}, \dots$$

解説・解答

分母が k の項は $\frac{0}{k}, \frac{1}{k}, \frac{2}{k}, \dots, \frac{k}{k}$ で $k+1$ 項あります。

分母が k の項の和は $T_k = \frac{0}{k} + \frac{1}{k} + \frac{2}{k} + \dots + \frac{k}{k} = \frac{k+1}{2}$ です。

分母が k 以下の項は $N_k = 2 + 3 + 4 + \dots + (k+1) = \frac{k(k+3)}{2}$ 項あります。

初項から第 N_k 項までの和は $U_k = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_k = \frac{k(k+3)}{4}$ です。

$N_{18} = 189$ なので $S_{200} = U_{18} + \frac{0}{19} + \frac{1}{19} + \frac{2}{19} + \dots + \frac{10}{19} = \frac{3701}{38}$ です。