

2024 年慶應義塾大学環境情報学部問題 1

x, y は正の実数です。

$f(x, y) = 27x + \frac{3x}{y^2} + \frac{2y}{x}$ の最小値を求めてください。

解説・解答

相加平均・相乗平均の関係を使います。

$$\begin{aligned}f(x, y) &= 27x + \frac{3x}{y^2} + \frac{2y}{x} \\&= 27x + \frac{3x}{y^2} + \frac{y}{x} + \frac{y}{x} \\&\geq 4\sqrt[4]{27x \cdot \frac{3x}{y^2} \cdot \frac{y}{x} \cdot \frac{y}{x}} \quad \left\{ (x, y) = \left(\frac{1}{9}, \frac{1}{3}\right) のとき等号成立 \right\} \\&= 12\end{aligned}$$

以上より、最小値は $f\left(\frac{1}{9}, \frac{1}{3}\right) = 12$ です。