

2024 年慶應義塾大学環境情報学部問題 1

$x, y$  は正の実数です。

$f(x, y) = 27x + \frac{3x}{y^2} + \frac{2y}{x}$  の最小値を求めてください。

## 解説・解答

相加平均・相乗平均の関係を使います。

$$\begin{aligned} f(x, y) &= 27x + \frac{3x}{y^2} + \frac{2y}{x} \\ &= 27x + \frac{3x}{y^2} + \frac{y}{x} + \frac{y}{x} \\ &\geq 4\sqrt[4]{27x \cdot \frac{3x}{y^2} \cdot \frac{y}{x} \cdot \frac{y}{x}} \quad \left\{ (x, y) = \left( \frac{1}{9}, \frac{1}{3} \right) \text{ のとき等号成立} \right\} \\ &= 12 \end{aligned}$$

以上より、最小値は  $f\left(\frac{1}{9}, \frac{1}{3}\right) = 12$  です。