2024 **年慶應義塾大学商学部問題** *2*

1 から n までの自然数の最小公倍数を a_n とします。
$a_{n+1} = 2a_n$ を満たす 10000 以下の n を求めてください。

解説・解答

$a_{n+1} = 2a_n$ なので、
A を奇数、k を自然数として $a_n = 2^{k-1} \cdot A$, $a_{n+1} = 2^k \cdot A$ と表せます。

1 から n までの自然数には 2^k で割り切れるものが無く、$n+1$ は 2^k で割り切れます。
$n+1$ は 2^k で割り切れる最小の自然数です。
よって $n+1 = 2^k$ なので $n = 2^k - 1$ です。

2^k $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を順に計算すると
2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, $\cdots$ です。

以上より、
条件を満たすのは $n = 1$, 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255, 511, 1023, 2047, 4095, 8191 です。