

2024 年一橋大学問題 3

$f(x)$  は 4 次の係数が 1 である 4 次多項式です。

$f(x)$  を  $(x+1)^2$  で割ると 1 余り、 $(x-1)^2$  で割ると 2 余ります。

$f(x)$  を求めてください。

## 解説・解答

4 次の係数が 1 で、 $(x+1)^2$  で割ると 1 余る 4 次多項式なので  
実数  $a, b$  を用いて  $f(x) = (x+1)^2(x^2+ax+b) + 1$  と置けます。

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)^2(x^2+ax+b) + 1 \\ &= \{(x-1)^2+4x\}\{(x-1)^2+2x-1+ax+b\} + 1 \\ &= (x-1)^2g(x) + 4x(2x-1+ax+b) + 1 \quad \{g(x) \text{ は 2 次多項式} \} \\ &= (x-1)^2g(x) + (4a+8)x^2 + (4b-4)x + 1 \end{aligned}$$

$(x-1)^2$  で割ると 2 余るので

$$(4a+8)x^2 + (4b-4)x + 1 = (4a+8)(x-1)^2 + 2 = (4a+8)x^2 - (8a+16)x + 4a + 10 \text{ です。}$$

係数を比べると  $1 = 4a + 10$ ,  $4b - 4 = -8a - 16$  なので  $a = -\frac{9}{4}$ ,  $b = \frac{3}{2}$  です。

$$\text{以上より } f(x) = (x+1)^2\left(x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{3}{2}\right) + 1 = x^4 - \frac{1}{4}x^3 - 2x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{5}{2} \text{ です。}$$