

2024 年同志社大学文系問題 1

$AB = 3$, $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle BAC = 120^\circ$ である三角形 ABC の面積を求めてください。

解説・解答

点 C から直線 AB に下した垂線の足を H とし、 $HA = x$ とします。

$$HB = HA + AB = x + 3, \quad \angle HBC = \angle ABC = 45^\circ, \quad \angle CAH = 180^\circ - \angle CAB = 60^\circ$$

三角形 HBC で $HC = HB \tan \angle HBC = (x + 3) \tan 45^\circ = x + 3$ です。

三角形 CAH で $HC = HA \tan \angle CAH = x \tan 60^\circ = \sqrt{3}x$ です。

$$x + 3 = \sqrt{3}x \text{ なので}$$
$$x = \frac{3}{\sqrt{3} - 1} = \frac{3\sqrt{3} + 3}{2}, \quad HC = \sqrt{3}x = \frac{9 + 3\sqrt{3}}{2} \text{ です。}$$

$$(\text{三角形 } ABC \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot HC = \frac{27 + 9\sqrt{3}}{4} \text{ です。}$$