

2023年神戸大学理系問題 3

n は正の整数です。

1 から $2n$ までの整数が1つずつ書かれた $2n$ 枚のカードから
無作為に2枚のカードを取り出します。

取り出したカードに書かれた数の和が $2n + 1$ 以上である確率を求めてください。

解説・解答

$2n$ 枚から 2 枚の取り出し方は ${}_{2n}C_2 = n(2n - 1)$ 通りあります。

取り出したカードに書かれた数を $a, b (a < b)$ とします。

$a + b \leq 2n$ となる場合を考えます。

a, b は正の整数なので $1 \leq a \leq n - 1$ です。

$a = k$ のとき $k + 1 \leq b \leq 2n - k$ なので $(2n - k) - (k + 1) + 1 = 2(n - k)$ 通りあり

全部で $2(n - 1) + 2(n - 2) + 2(n - 3) + \cdots + 2 \cdot 1 = (n - 1)n$ 通りあります。

$a + b \geq 2n + 1$ となる場合は $n(2n - 1) - (n - 1)n = n^2$ 通りあります。

以上より、求める確率は $\frac{n^2}{n(2n - 1)} = \frac{n}{2n - 1}$ です。