

2023年慶應義塾大学薬学部問題 1

a, b, c は 2 以上の整数です。

$6a^3bc + 11a^2b^2c + 3ab^3c = 6270$ を満たす組 (a, b, c) を求めてください。

解説・解答

$$6270 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 19$$

$$6a^3bc + 11a^2b^2c + 3ab^3c = abc(6a^2 + 11ab + 3b^2) = abc(3a + b)(2a + 3b)$$

a, b, c は 2 以上の整数なので

$a, b, c, 3a + b, 2a + 3b$ はそれぞれ重複なく 2, 3, 5, 11, 19 の何れかです。

$$3a + b \geq 3 \cdot 2 + 3 = 9, \quad 2a + 3b \geq 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 12 \text{ なので}$$

$$(3a + b, 2a + 3b) = (11, 19) \text{ です。}$$

連立方程式を解いて $(a, b) = (2, 5)$ です。

以上より $(a, b, c) = (2, 5, 3)$ です。