

2023年慶應義塾大学環境情報学部問題 1

$m, n$  は正の整数です。

不等式  $\frac{2022}{2023} < \frac{m}{n} < \frac{2023}{2024}$  を満たす分数  $\frac{m}{n}$  で  $n$  が最小なものを求めてください。

### 解説・解答

$\frac{2022}{2023}$ と $\frac{2023}{2024}$ はどちらも(分母) - (分子) = 1なので、式変形して分子を1に揃えます。

$$1 - \frac{2023}{2024} < 1 - \frac{m}{n} < 1 - \frac{2022}{2023} \text{ より } \frac{1}{2024} < \frac{n-m}{n} < \frac{1}{2023} \text{ です。}$$

$\frac{1}{2023}$ と $\frac{1}{2024}$ だと間の分数が作れないので分母・分子に2を掛けます。

$$\frac{2}{4048} < \frac{n-m}{n} < \frac{2}{4046}$$

$\frac{n-m}{n} = \frac{2}{4047}$ が不等式を満たすので  $n = 4047$ ,  $m = n - 2 = 4045$  です。

以上より、不等式を満たし  $n$  が最小なのは  $\frac{m}{n} = \frac{4045}{4047}$  です。