

2023年浜松医科大学問題4

三角形  $ABC$  で  $\angle BCA = \theta$ ,  $BC = 3$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$  ( $b, c$  は素数) とします。

$-\frac{5}{8} < \cos \theta < -\frac{7}{12}$  となる  $b$  と  $c$  の値を求めてください。

## 解説・解答

三角形の辺の長さなので  $b > 0, c > 0$  です。

余弦定理  $c^2 = 3^2 + b^2 - 2 \cdot 3 \cdot b \cdot \cos \theta$  より  $\cos \theta = \frac{9 + b^2 - c^2}{6b}$  です。

$-1 < \frac{9 + b^2 - c^2}{6b} < 0$  より  $b^2 + 9 < c^2 < (b + 3)^2$  です。

$b^2 + 9 > 3^2, b^2 + 9 > b^2$  なので  $c > 3, b < c < b + 3$  です。

$b, c$  は素数 (正の整数) なので  $c$  は 5 以上の奇数で  $c = b + 1, b + 2$  です。

$c = b + 1$  だと  $b$  は合成数 (4 以上の偶数) になってしまふので  $c = b + 2$  です。

$-\frac{5}{8} < \frac{9 + b^2 - (b + 2)^2}{6b} < -\frac{7}{12}$  より  $10 < b < 20$  です。

$b$  は素数なので  $(b, b + 2) = (11, 13), (13, 15), (17, 19), (19, 21)$  です。

$c$  も素数なので  $(b, c) = (11, 13), (17, 19)$  です。