

2023年岐阜大学医学部問題 3

$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ に 1 から 6 までの整数を重複なくあてはめます。
積 $a_1a_2a_3, b_1b_2b_3, a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3$ が全て偶数となる場合は何通りありますか。

解説・解答

奇数は $1, 3, 5$ の 3 個、偶数は $2, 4, 6$ の 3 個です。

$a_1a_2a_3, b_1b_2b_3$ が偶数なので $a_1a_2a_3, b_1b_2b_3$ のどちらも偶数を含みます。
よって $a_1a_2a_3$ に含まれる偶数は 1 個または 2 個です。

a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3 が偶数なので a_k と b_k ($k = 1, 2, 3$) の偶奇は異なります。
よって $a_1a_2a_3$ の偶奇配置が決まれば $b_1b_2b_3$ の偶奇配置も決まります。

$a_1a_2a_3$ の偶奇配置は 奇遭遇, 遇奇遇, 遇遇奇, 奇奇遇, 奇遇奇, 遇奇奇 の 6 通りです。

偶奇配置の決まった $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ に 1 から 6 をあてはめるとき
奇数 $1, 3, 5$ のあてはめ方は $3! = 6$ 通り、偶数 $2, 4, 6$ のあてはめ方も $3! = 6$ 通りです。

以上より $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ 通りです。