

2022年早稲田大学社会科学部問題3

整式 $P(x)$ を $x - 1$ で割ると 1 余り、 $(x + 1)^2$ で割ると $3x + 2$ 余ります。
 $P(x)$ を $(x - 1)(x + 1)^2$ で割った余りを求めてください。

解説・解答

$P(x)$ を 3 次式 $(x-1)(x+1)^3$ で割ると余りは 2 次以下の整式です。

$P(x)$ を $(x+1)^2$ で割ると $3x+2$ 余るので、
 $P(x)$ を $(x-1)(x+1)^2$ で割った商を $Q(x)$, 余りを $a(x+1)^2+3x+2$ と置き、
 $P(x) = (x-1)(x+1)^2Q(x) + a(x+1)^2 + 3x + 2$ と表せます。

$P(x)$ を $x-1$ で割ると 1 余るので、 $P(1) = 4a + 5 = 1$ より $a = -1$ です。
よって、余りは $-(x+1)^2 + 3x + 2 = -x^2 + x + 1$ です。