2022 年早稲田大学教育学部問題 *1*

$\lim_{n \to \infty} \sum_{k=6}^{n} \frac{1800}{(k-5)(k-4)(k-1)k}$ を計算してください。

解説・解答

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=6}^{n}\frac{1800}{(k-5)(k-4)(k-1)k}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=6}^{n}\frac{1800}{4}\cdot\frac{(k-4)(k-1)-(k-5)k}{(k-5)(k-4)(k-1)k}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=6}^{n}450\left(\frac{1}{(k-5)k}-\frac{1}{(k-4)(k-1)}\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=6}^{n}450\left(\frac{1}{5}\cdot\frac{k-(k-5)}{(k-5)k}-\frac{1}{3}\cdot\frac{(k-1)-(k-4)}{(k-4)(k-1)}\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=6}^{n}\left\{90\Big(\frac{1}{k-5}-\frac{1}{k}\Big)-150\Big(\frac{1}{k-4}-\frac{1}{k-1}\Big)\right\}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\Big\{90\Big(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{n-4}-\frac{1}{n-3}-\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\Big)$$
$$-150\Big(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{n-3}-\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n-1}\Big)\Big\}$$

$$=90\Big(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\Big)-150\Big(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\Big)$$

$$=43$$