

2022年東北大学文系問題 1

$k$  は 3 より大きい奇数です。

$a + b + c = k$  を満たす正の奇数の組  $(a, b, c)$  の個数を  $n$  とします。

$n > k$  を満たす最小の  $k$  を求めてください。

解説・解答

$\frac{k-3}{2}$  個の○と 2 個の | を 1 列に並べて、| で区切られた○の個数を順に  $x, y, z$  とします。

並べ方は  ${}_{\frac{k-3}{2}+2}C_2 = \frac{\frac{k+1}{2} \cdot \frac{k-1}{2}}{2 \cdot 1} = \frac{k^2-1}{8}$  通りあります。

$a = 2x + 1, b = 2y + 1, c = 2z + 1$  と置けば  $a + b + c = k$  を満たすので  $n = \frac{k^2-1}{8}$  です。

$f(k) = n - k = \frac{k^2-1}{8} - k = \frac{(k-4)^2-17}{8}$  と置きます。

$f(5) = -2, f(7) = -1, f(9) = 1$  なので  $n > k$  を満たす最小の  $k$  は 9 です。