

2022年京都大学理系問題 2

n は 5 以上の自然数です。

1 から n までの番号がついた n 枚の札から 3 枚を同時に取り出し、番号の小さい順に X, Y, Z とします。

$Y - X \geq 2$ かつ $Z - Y \geq 2$ となる確率を求めてください。

解説・解答

n 枚から 3 枚の取り出し方は ${}_n C_3$ 通りあります。

$Y - X \geq 2, Z - Y \geq 2$ より $X + 2 \leq Y \leq Z - 2$ です。

X, Y, Z は $1 \leq X < Y < Z \leq n$ の自然数なので $2 \leq X + 1 < Y < Z - 1 \leq n - 1$ です。

2 から $n - 1$ までの $n - 2$ 個の自然数から 3 個を選び、小さい順に a, b, c とします。

$X = a - 1, Y = b, Z = c + 1$ と置けば問題の条件を満たします。

よって、条件を満たす取り出し方は ${}_{n-2} C_3$ 通りです。

以上より、求める確率は $\frac{{}_{n-2} C_3}{{}_n C_3} = \frac{(n-3)(n-4)}{n(n-1)}$ です。