

2022年慶應義塾大学薬学部問題 1

3次方程式 $x^3 + (a + 4)x^2 - 3(a + 4)x + b = 0$ (a, b は実数) の
実数解が $x = 3$ のみとなるような a の値の範囲を求めてください。

解説・解答

解である $x = 3$ を代入 $27 + 9(a + 4) - 9(a + 4) + b = 0$ より $b = -27$ です。
 $x^3 + (a + 4)x^2 - 3(a + 4)x - 27 = (x - 3)\{x^2 + (a + 7)x + 9\}$ です。

重解 $x = 3$ を持つとき

$$x^2 + (a + 7)x + 9 = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9 \text{ より}$$
$$a = -13 \text{ です。}$$

虚数解を持つとき

$$x^2 + (a + 7)x + 9 = 0 \text{ の判別式 } D = (a + 7)^2 - 36 = (a + 13)(a + 1) < 0 \text{ より}$$
$$-13 < a < -1 \text{ です。}$$

以上より、条件を満たす範囲は $-13 \leq a < -1$ です。