

2022年慶應義塾大学医学部問題 1

$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ を整数係数の整式の積に因数分解してください。

解説・解答

$$\begin{aligned} & x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \\ &= (x+1)x^4 + (x+1)x^2 + (x+1) \\ &= (x+1)(x^4 + x^2 + 1) \\ &= (x+1)\{(x^2+1)^2 - x^2\} \\ &= (x+1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

方程式 $x^2 \pm x + 1 = 0$ は実数解を持たないので、
これ以上は整数係数の整式に分解できません。

別解

$$\begin{aligned} & x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \\ &= (x^2 + x + 1)x^3 + (x^2 + x + 1) \\ &= (x^3 + 1)(x^2 + x + 1) \\ &= (x+1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$