

2022年慶應義塾大学商学部問題 1

1000 以下で 2, 3, 5 の少なくとも 1 つで割り切れ、
かつ 6 で割り切れない自然数の個数を求めてください。

解説・解答

1000 以下で k で割り切れる自然数の集合を A_k とし、 A_k に含まれる自然数の個数を $n(A_k)$ とします。

$$n(A_2) = [1000 \div 2] = 500$$

$$n(A_3) = [1000 \div 3] = 333$$

$$n(A_5) = [1000 \div 5] = 200$$

$$n(A_6) = n(A_2 \cap A_3) = [1000 \div 6] = 166$$

$$n(A_{10}) = n(A_2 \cap A_5) = [1000 \div 10] = 100$$

$$n(A_{15}) = n(A_3 \cap A_5) = [1000 \div 15] = 66$$

$$n(A_{30}) = n(A_2 \cap A_3 \cap A_5) = [1000 \div 30] = 33$$

2, 3, 5 の少なくとも 1 つで割り切れる自然数の個数は

$$\begin{aligned} & n(A_2 \cup A_3 \cup A_5) \\ &= n(A_2) + n(A_3) + n(A_5) - n(A_2 \cap A_3) - n(A_2 \cap A_5) - n(A_3 \cap A_5) + n(A_2 \cap A_3 \cap A_5) \\ &= 500 + 333 + 200 - 166 - 100 - 66 + 33 \\ &= 734 \end{aligned}$$

2, 3, 5 の少なくとも 1 つで割り切れるものから 6 で割り切れるものを除きます。

$$\begin{aligned} & n(A_2 \cup A_3 \cup A_5) - n(A_2 \cap A_3) \\ &= 734 - 166 \\ &= 568 \end{aligned}$$

以上より、条件を満たす自然数は 568 個です。