

2021 年早稲田大学商学部問題 1

座標空間に重複を許して 6 個の格子点  $P_0(0, 0, 0), P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  を配置します。  
線分の長さが  $P_kP_{k+1} = 1$  ( $k = 0, 1, 2, 3, 4$ ),  $P_5P_0 = 1$  となる配置は何通りありますか？

## 解説・解答

原点から 6 回の座標軸平行 1 移動で原点に戻る場合を考えれば良いです。

原点に戻るので、各軸方向の +1 と -1 の移動回数は同じです。

1 つの軸上を動くとき (1 つの軸で +1 が 3 回)

軸の選び方が 3 通り、移動の順番が  $\frac{6!}{(3!)^2} = 20$  通りです。

よって  $3 \times 20 = 60$  通りです。

2 つの軸上を動くとき (1 つの軸で +1 が 2 回、もう 1 つの軸で +1 が 1 回)

軸の選び方が  ${}_3C_2 \times 2 = 6$  通り、移動の順番が  $\frac{6!}{(2!)^2(1!)^2} = 180$  通りです。

よって  $6 \times 180 = 1080$  通りです。

3 つの軸上を動くとき (各軸で +1 が 1 回ずつ)

軸の選び方が  ${}_3C_3 = 1$  通り、移動の順番が  $\frac{6!}{(1!)^2(1!)^2(1!)^2} = 720$  通りです。

よって  $1 \times 720 = 720$  通りです。

以上より  $60 + 1080 + 720 = 1860$  通りです。