

2021年札幌医科大学問題 1

$(n+2)^3 - n(n+1)(n+2)$ が 36 の倍数となる自然数 n を求めてください。

解説・解答

連続した3個の自然数の積 $n(n+1)(n+2)$ は $3! = 6$ の倍数なので、
36 の倍数になるために $(n+2)^3$ は6 の倍数である必要があります。
よって $n+2 = 6j$ (j は自然数) と置けます。

$$\begin{aligned}(n+2)^3 - n(n+1)(n+2) &= (6j)^3 - (6j-2)(6j-1)(6j) \\ &= 12j(9j-1)\end{aligned}$$

$9j-1$ は3 の倍数ではないので、
36 の倍数になるのは $j = 3k$ (k は自然数) のときです。
よって $n = 6j - 2 = 6 \cdot 3k - 2 = 18k - 2$ です。

以上より $n = 18k - 2$ (k は自然数) です。