

2021年慶應義塾大学薬学部問題 1

$6x^2 + 13xy + 5y^2 + 7x + 7y - 964 = 0$ を満たす自然数の組 (x, y) を求めてください。

解説・解答

両辺に 966 を加え $6x^2 + 13xy + 5y^2 + 7x + 7y + 2 = 966$

因数分解します $(2x + y + 1)(3x + 5y + 2) = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 23$

$$(3x + 5y + 2) - (2x + y + 1) = x + 4y + 1 \geq 1 + 4 + 1 = 6 > 0$$

$$2x + y + 1 \geq 2 + 1 + 1 = 4$$

よって $(2x + y + 1, 3x + 5y + 2) = (6, 161), (7, 138), (14, 69), (21, 46), (23, 42)$ です。

$(2x + y + 1, 3x + 5y + 2) = (6, 161)$ のとき

解が自然数ではないので不適

$(2x + y + 1, 3x + 5y + 2) = (7, 138)$ のとき

解が自然数ではないので不適

$(2x + y + 1, 3x + 5y + 2) = (14, 69)$ のとき

解が自然数ではないので不適

$(2x + y + 1, 3x + 5y + 2) = (21, 46)$ のとき

$(x, y) = (8, 4)$

$(2x + y + 1, 3x + 5y + 2) = (23, 42)$ のとき

$(x, y) = (10, 2)$

以上より $(x, y) = (8, 4), (10, 2)$ です。