

2021 年慶應義塾大学薬学部問題 2

n は 6 以上の自然数です。

正 n 角形の頂点から無作為に 3 頂点を選び三角形を作ります。

それらの三角形の中で面積が最小なものが作られる確率を P_n とします。

$P_n \leq \frac{1}{1070}$ となる最小の n を求めてください。

解説・解答

n 個の頂点から 3 個選ぶので、三角形は ${}_nC_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ 通りあります。

面積が最小なのは正 n 角形の隣り合った 2 辺を含むときなので n 通りあります。

$$P_n = \frac{n}{\frac{n(n-1)(n-2)}{6}} = \frac{6}{(n-1)(n-2)} \text{ です。}$$

$$P_n \leq \frac{1}{1070} \text{ より } (n-1)(n-2) \geq 6420 \text{ です。}$$

$80 \cdot 79 = 6320 < 6420 < 6480 = 81 \cdot 80$ なので、条件を満たす最小の n は 82 です。