

2021年慶應義塾大学薬学部問題 2

$n$  は 6 以上の自然数です。

正  $n$  角形の頂点から無作為に 3 頂点を選び三角形を作ります。

それらの三角形の中で面積が最小なものが作られる確率を  $P_n$  とします。

$P_n \leq \frac{1}{1070}$  となる最小の  $n$  を求めてください。

## 解説・解答

$n$  個の頂点から 3 個選ぶので、三角形は  ${}_nC_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$  通りあります。

面積が最小なのは正  $n$  角形の隣り合った 2 辺を含むときなので  $n$  通りあります。

$$P_n = \frac{n}{\frac{n(n-1)(n-2)}{6}} = \frac{6}{(n-1)(n-2)} \text{ です。}$$

$$P_n \leq \frac{1}{1070} \text{ より } (n-1)(n-2) \geq 6420 \text{ です。}$$

$80 \cdot 79 = 6320 < 6420 < 6480 = 81 \cdot 80$  なので、条件を満たす最小の  $n$  は 82 です。