

2021年広島大学文系問題 3

サイコロを3回振って出た目を順に a, b, c として $f(x) = (-1)^a x^2 + bx + c$ とします。
二次方程式 $f(x) = 0$ が異なる二つの実数解を持つとき、
 $f'(1) = 1$ である条件付き確率を求めてください。

解説・解答

サイコロの目なので a, b, c は 6 以下の自然数です。

a が奇数のとき a は 1, 3, 5 の 3 通りです。

$$f(x) = -x^2 + bx + c, \quad f'(x) = -2x + b$$

全ての b, c の値で判別式 $b^2 + 4c$ が正なので、

異なる二つの実数解を持つ組 (a, b, c) は $3 \cdot 6 \cdot 6$ 通りです。

$$f'(1) = -2 + b = 1 \text{ より } b = 3 \text{ なので、}$$

$$f'(1) = 1 \text{ となる組 } (a, b, c) \text{ は } 3 \cdot 1 \cdot 6 \text{ 通りです。}$$

a が偶数のとき a は 2, 4, 6 の 3 通りです。

$$f(x) = x^2 + bx + c, \quad f'(x) = 2x + b$$

判別式 $b^2 - 4c > 0$ となる組 (b, c) は (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3),

(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6) の 17 通りなので、

異なる二つの実数解を持つ組 (a, b, c) は $3 \cdot 17$ 通りです。

$$f'(1) = 2 + b > 1 \text{ なので、 } f'(1) = 1 \text{ となる組 } (a, b, c) \text{ はありません。}$$

以上より、求める確率は $\frac{3 \cdot 1 \cdot 6}{3 \cdot 6 \cdot 6 + 3 \cdot 17} = \frac{6}{53}$ です。