

### 2021年浜松医科大学医学部問題3

$n$  は 2 以上の整数です。

階段を 1 段登る、または 1 段飛ばしで登るとき、

$n$  段目までの登り方の総数を  $a_n$  とします。

$a_{2n} = a_n^2 + a_{n-1}^2$  が成立することを示してください。

## 解説・解答

$n$  段目を踏んで  $2n$  段目まで登るとき

最初から  $n$  段目までが  $a_n$  通り、

$n$  段目から  $2n$  段目までが  $a_n$  通りなので

$a_n \cdot a_n = a_n^2$  通りです。

$n$  段目を踏まないで  $2n$  段目まで登るとき

最初から  $n-1$  段目までが  $a_{n-1}$  通り、

$n-1$  段目から  $n+1$  段目までが 1 通り、

$n+1$  段目から  $2n$  段目までが  $a_{n-1}$  通りなので

$a_{n-1} \cdot 1 \cdot a_{n-1} = a_{n-1}^2$  通りです。

以上より  $a_{2n} = a_n^2 + a_{n-1}^2$  です。