

2021年浜松医科大学医学部問題 3

n は 2 以上の整数です。

階段を 1 段登る、または 1 段飛ばしで登るとき、

n 段目までの登り方の総数を a_n とします。

$a_{2n} = a_n^2 + a_{n-1}^2$ が成立することを示してください。

解説・解答

n 段目を踏んで $2n$ 段目まで登るとき
最初から n 段目までが a_n 通り、
 n 段目から $2n$ 段目までが a_n 通りなので
 $a_n \cdot a_n = a_n^2$ 通りです。

n 段目を踏まないで $2n$ 段目まで登るとき
最初から $n - 1$ 段目までが a_{n-1} 通り、
 $n - 1$ 段目から $n + 1$ 段目までが 1 通り、
 $n + 1$ 段目から $2n$ 段目までが a_{n-1} 通りなので
 $a_{n-1} \cdot 1 \cdot a_{n-1} = a_{n-1}^2$ 通りです。

以上より $a_{2n} = a_n^2 + a_{n-1}^2$ です。