

2020 年早稲田大学国際教養学部問題 1

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d は実数, $a \neq 0$) とします。

方程式 $f(x) = 0$ の実数解の 1 つが $x = \alpha$ ($\alpha \neq 0$) で、3 つの実数解の和が α のとき、 $ad - bc$ の値を求めてください。

解説・解答

3つの実数解を α, β, γ と置きます。

条件より $\alpha + \beta + \gamma = \alpha$ なので $\gamma = -\beta$ です。

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^3 + bx^2 + cx + d \\ &= a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) \\ &= a(x - \alpha)(x - \beta)(x + \beta) \\ &= ax^3 - a\alpha x^2 - a\beta^2 x + a\alpha\beta^2 \end{aligned}$$

係数を比較すると $b = -a\alpha$, $c = -a\beta^2$, $d = a\alpha\beta^2$ です。

よって $ad - bc = a \cdot (a\alpha\beta^2) - (-a\alpha) \cdot (-a\beta^2) = 0$ です。