

2020年早稲田大学国際教養学部問題1

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d$  は実数,  $a \neq 0$ ) とします。

方程式  $f(x) = 0$  の実数解の1つが  $x = \alpha$  ( $\alpha \neq 0$ ) で、3つの実数解の和が  $\alpha$  のとき、 $ad - bc$  の値を求めてください。

## 解説・解答

3つの実数解を  $\alpha, \beta, \gamma$  と置きます。

条件より  $\alpha + \beta + \gamma = \alpha$  なので  $\gamma = -\beta$  です。

$$\begin{aligned}f(x) &= ax^3 + bx^2 + cx + d \\&= a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) \\&= a(x - \alpha)(x - \beta)(x + \beta) \\&= ax^3 - a\alpha x^2 - a\beta^2 x + a\alpha\beta^2\end{aligned}$$

係数を比較すると  $b = -a\alpha$ ,  $c = -a\beta^2$ ,  $d = a\alpha\beta^2$  です。

よって  $ad - bc = a \cdot (a\alpha\beta^2) - (-a\alpha) \cdot (-a\beta^2) = 0$  です。