

2020年新潟大学理系問題 2

m, x, y は自然数です。

$70x + 130y = m$ を満たす (x, y) がちょうど 3 組ある最小の m を求めてください。

解説・解答

$70x + 130y = m$ の左辺は 10 の倍数なので、 n を自然数として $m = 10n$ と置けます。
 $70x + 130y = 10n$ は $13(n + y) = 7(2n - x)$ に式変形できます。

7 と 13 は互いに素なので、 k を自然数として $n + y = 7k$, $2n - x = 13k$ と置けます。
よって $x = 2n - 13k \geq 1$, $y = 7k - n \geq 1$ なので $\frac{n+1}{7} \leq k \leq \frac{2n-1}{13}$ です。

3 つの連続した自然数 k を含めば良いので $\frac{2n-1}{13} - \frac{n+1}{7} \geq 2$ です。
よって $n \geq 202$ です。

$n = 202$ のとき $28.7\cdots = \frac{201}{7} \leq k \leq \frac{403}{13} = 31$ なので $k = 29, 30, 31$ です。

以上より、条件を満す最小なものは $m = 10n = 2020$ です。