

2020 年新潟大学理系問題 2

$m, x, y$  は自然数です。

$70x + 130y = m$  を満たす  $(x, y)$  がちょうど 3 組ある最小の  $m$  を求めてください。

## 解説・解答

$70x + 130y = m$  の左辺は 10 の倍数なので、 $n$  を自然数として  $m = 10n$  と置けます。  
 $70x + 130y = 10n$  は  $13(n + y) = 7(2n - x)$  に式変形できます。

7 と 13 は互いに素なので、 $k$  を自然数として  $n + y = 7k$ ,  $2n - x = 13k$  と置けます。  
よって  $x = 2n - 13k \geq 1$ ,  $y = 7k - n \geq 1$  なので  $\frac{n+1}{7} \leq k \leq \frac{2n-1}{13}$  です。

3 つの連続した自然数  $k$  を含めば良いので  $\frac{2n-1}{13} - \frac{n+1}{7} \geq 2$  です。  
よって  $n \geq 202$  です。

$n = 202$  のとき  $28.7\cdots = \frac{201}{7} \leq k \leq \frac{403}{13} = 31$  なので  $k = 29, 30, 31$  です。

以上より、条件を満たす最小なものは  $m = 10n = 2020$  です。