

2020 年神戸大学文系問題 3

和が 30 になる 3 つの自然数の組は何通りありますか。

解説・解答

30 個の 1 を一列に並べます。

1 と 1 の間の 29ヶ所から 2ヶ所を選んで 3 つに分ければ、

和が 30 になる 3 つの自然数を作れます。

和が 30 になる 3 つの自然数の順列は ${}_{29}C_2 = 406$ 通りです。

和が 30 になる同じ数が 3 個の組みは $\{10, 10, 10\}$ の 1 通りです。

同じ数が 3 個の順列は 1 通りです。

和が 30 になる同じ数が 2 個の組みは

$\{1, 1, 28\}, \{2, 2, 26\}, \{3, 3, 24\}, \dots, \{9, 9, 12\}, \{11, 11, 8\}, \dots, \{14, 14, 2\}$ の 13 通りです。

同じ数が 2 個の順列は $\frac{3!}{1!2!} \cdot 13 = 39$ 通りです。

和が 30 になる異なる 3 個の順列は $406 - 1 - 39 = 366$ 通りです。

異なる 3 個の組みは $\frac{366}{3!} = 61$ 通りです。

以上より、

和が 30 になる 3 つの自然数の組は $1 + 13 + 61 = 75$ 通りあります。