

2020 年関西大学理系問題 4

n は 2 以上の自然数です。

$2n$ 本の当たりを含む n^2 本のくじから、 A, B の 2 人がこの順にくじを 1 本ずつ引きます。
二人とも当たる確率が二人ともはずれる確率より小さくなる最小の n を求めてください。

解説・解答

$$\text{二人とも当たる確率 } p = \frac{{}^{2n}C_2}{{}^{n^2}C_2} = \frac{\frac{2n(2n-1)}{2 \cdot 1}}{\frac{n^2(n^2-1)}{2 \cdot 1}} = \frac{4n-2}{n(n^2-1)}$$

$$\text{二人ともはずれる確率 } q = \frac{{}^{n^2-2n}C_2}{{}^{n^2}C_2} = \frac{\frac{(n^2-2n)(n^2-2n-1)}{2 \cdot 1}}{\frac{n^2(n^2-1)}{2 \cdot 1}} = \frac{n^3-4n^2+3n+2}{n(n^2-1)}$$

$$q-p = \frac{n^3-4n^2+3n+2}{n(n^2-1)} - \frac{4n-2}{n(n^2-1)} = \frac{(n+1)(n-1)(n-4)}{(n+1)n(n-1)} = \frac{n-4}{n} > 0$$

以上より、条件を満たす最小の n は 5 です。