

### 2020年慶應義塾大学理工学部問題3

玉が6個(赤玉3個,白玉3個)入った箱があります。  
次のような操作を繰り返し行います  
表の出る確率が $p$  ( $0 < p < 1$ ) のコインを投げ、  
表なら1個、裏なら2個の玉を箱から取り出します。  
各操作で取り出した玉は箱に戻しません。

この操作を3回行った後、  
取り出された赤玉と白玉が同じ個数である確率が $1 - p$  のとき、  
 $p$  の値を求めてください。

## 解説・解答

表の出る確率が  $p$  ( $0 < p < 1$ ) なので、裏の出る確率は  $1 - p$  です。

3回の操作で取り出される玉は3個以上6個以下なので、赤と白が同じ個数なのは4個(赤2,白2), 6個(赤3,白3)の場合です。

3回の操作で4個(赤2,白2)のとき 表2回,裏1回です。

確率は  ${}_3C_1 \cdot p^2(1-p) \cdot \frac{{}_3C_2 \cdot {}_3C_2}{{}_6C_4} = \frac{9p^2(1-p)}{5}$  です。

3回の操作で6個(赤3,白3)のとき 裏3回です。

確率は  ${}_3C_3 \cdot (1-p)^3 \cdot \frac{{}_3C_3 \cdot {}_3C_3}{{}_6C_6} = (1-p)^3$  です。

3回の操作で取り出した赤玉と白玉が同じ個数である確率は  $\frac{9p^2(1-p)}{5} + (1-p)^3$  です。

条件より  $\frac{9p^2(1-p)}{5} + (1-p)^3 = 1 - p$  です。

式を整理すると  $p(p-1)(7p-5) = 0$  です。

$0 < p < 1$  なので  $p = \frac{5}{7}$  です。