

2020 年慶應義塾大学理工学部問題 3

玉が 6 個 (赤玉 3 個, 白玉 3 個) 入った箱があります。

次のような操作を繰り返し行います

表の出る確率が  $p$  ( $0 < p < 1$ ) のコインを投げ、  
表なら 1 個、裏なら 2 個の玉を箱から取り出します。  
各操作で取り出した玉は箱に戻しません。

この操作を 3 回行った後、

取り出された赤玉と白玉が同じ個数である確率が  $1 - p$  のとき、  
 $p$  の値を求めてください。

## 解説・解答

表の出る確率が  $p$  ( $0 < p < 1$ ) なので、裏の出る確率は  $1 - p$  です。

3回の操作で取り出される玉は3個以上6個以下なので、赤と白が同じ個数なのは4個(赤2, 白2), 6個(赤3, 白3)の場合です。

3回の操作で4個(赤2, 白2)のとき 表2回, 裏1回です。

確率は  ${}_3C_1 \cdot p^2(1-p) \cdot \frac{{}_3C_2 \cdot {}_3C_2}{{}_6C_4} = \frac{9p^2(1-p)}{5}$  です。

3回の操作で6個(赤3, 白3)のとき 裏3回です。

確率は  ${}_3C_3 \cdot (1-p)^3 \cdot \frac{{}_3C_3 \cdot {}_3C_3}{{}_6C_6} = (1-p)^3$  です。

3回の操作で取り出した赤玉と白玉が同じ個数である確率は  $\frac{9p^2(1-p)}{5} + (1-p)^3$  です。

条件より  $\frac{9p^2(1-p)}{5} + (1-p)^3 = 1 - p$  です。

式を整理すると  $p(p-1)(7p-5) = 0$  です。

$0 < p < 1$  なので  $p = \frac{5}{7}$  です。