

2020年同志社大学理系問題1

n は2以上の自然数です。

サイコロを n 回投げ、出た目の最大値と最小値の差が3となる確率を求めてください。

解説・解答

n 回で出た目の最小値が k ($k = 1, 2, 3$), 最大値が $k + 3$ となる確率を P_k とします。

$$k, k+1, k+2, k+3 \text{ の目だけが出る確率 } P(A) = \left(\frac{4}{6}\right)^n$$

$$k, k+1, k+2 \text{ の目だけが出る確率 } P(B) = \left(\frac{3}{6}\right)^n$$

$$k+1, k+2, k+3 \text{ の目だけが出る確率 } P(C) = \left(\frac{3}{6}\right)^n$$

$$k+1, k+2 \text{ の目だけが出る確率 } P(B \cap C) = \left(\frac{2}{6}\right)^n$$

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = \frac{2 \cdot 3^n - 2^n}{6^n}$$

$$P_k = P(A) - P(B \cup C) = \frac{4^n - 2 \cdot 3^n + 2^n}{6^n}$$

サイコロを n 回投げ、出た目の最大値と最小値の差が 3 となる確率は
 $P_1 + P_2 + P_3 = \frac{4^n - 2 \cdot 3^n + 2^n}{6^n} \times 3 = \frac{4^n - 2 \cdot 3^n + 2^n}{2 \cdot 6^{n-1}}$ です。