

2020年旭川医科大学医学部問題1

n は 0 以上の整数、 $f(x) = \log x$ とします。

点 $(-n, 0)$ から曲線 $C : y = f(x)$ に引いた接線の接点を P と置きます。

点 P から x 軸に下した垂線の足を H とします。

曲線 C 、線分 HP および x 軸で囲まれる部分の面積 S を求めてください。

解説・解答

曲線 $C : y = \log x$ は範囲 $x > 0$ で単調増加、点 $(1, 0)$ で x 軸と交わります。

曲線 C の点 $P(p, \log p)$ での接線の方程式 $y - \log p = f'(p)(x - p)$ が

点 $(-n, 0)$ を通るので $0 - \log p = \frac{1}{p}(-n - p)$ です。

よって $n = p \log p - p$ です。

$n = p(\log p - 1) \geqq 0$ なので $p \geqq e > 1$ です。

$$S = \int_1^p \log x dx = [x \log x - x]_1^p = p \log p - p + 1 = n + 1$$